

WŁAŚCIWOŚCI SIŁ ODŚRODKOWYCH

8.1. WSTĘP

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze zjawiskiem występowania siły odśrodkowej bezwładności w ruchu obrotowym ciała sztywnego oraz wyznaczenie wartości tej siły. Badana będzie zależność odśrodkowej siły bezwładności od (i) prędkości obrotowej ciężarka, (ii) masy ciężarka, oraz (iii) odległości ciężarka od osi obrotu. Do przeprowadzenia ćwiczenia zostanie wykorzystane stanowisko pomiarowe TM 600 marki GUNT.

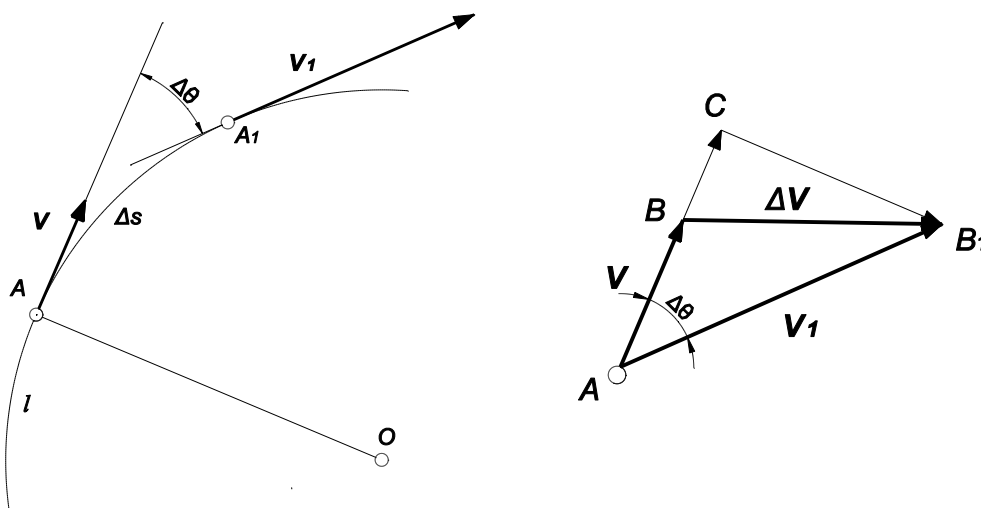
Ruch obrotowy jest obecny w wielu dziedzinach techniki. Wynikiem ruchu obrotowego jest występowanie siły odśrodkowej bezwładności we wszystkich maszynach wirujących:

- W wirówkach siła odśrodkowa wykorzystywana jest do oddzielania materiałów (substancji) o różnych gęstościach
- Łopaty turbin są poddawane dużym siłom odśrodkowym
- Niezrównoważone siły odśrodkowe w kołach jezdnych pojazdów generują drgania

W zależności od zastosowań, działanie siły odśrodkowej może być pożądane, np. w wirówkach lub sprzęgłach odśrodkowych, jak również może mieć negatywny efekt na pracę urządzeń, np. drgania niewyrównoważonego wirnika turbiny.

8.2. WPROWADZENIE TEORETYCZNE

Wyprowadzenie wzoru na wartość siły odśrodkowej działającej na punkt materialny poruszający się po torze kołowym (o stałym promieniu r) zaczniemy od analizy kinematycznej ruchu punktu A po krzywej płaskiej l . Położenie punktu A określamy za pomocą współrzędnej łukowej s jak na rys. 8.1a. Na rysunku tym \mathbf{v} oznacza prędkość punktu A w chwili t , a \mathbf{v}_1 prędkość w chwili $t_1=t+\Delta t$, a więc w chwili, gdy poruszający się punkt zajmuje położenie A_1 .



Rys. 8.1a. Ruch punktu A po krzywej l

Rys. 8.1b. Rozkład wektora przyrostu prędkości $\Delta\mathbf{v}$

Przyspieszenie \mathbf{a} równe jest granicy, do której dąży stosunek przyrostu geometrycznego prędkości do przyrostu czasu, gdy ten ostatni przyrost dąży do zera, czyli

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (8.1)$$

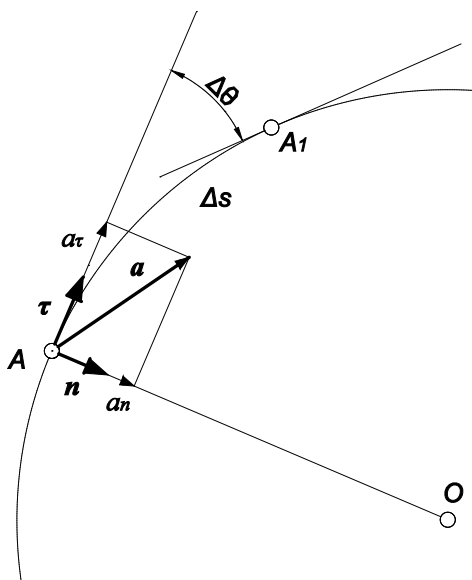
Na rys. 1b wyznaczony został przyrost geometryczny prędkości $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}$. Przyrost ten rozłożmy na dwie składowe: składową \overrightarrow{BC} wzdłuż stycznej do toru, oraz składową $\overrightarrow{CB_1}$ skierowaną wzdłuż normalnej. Jak wynika z rysunku, ta ostatnia składowa położona jest w stosunku do stycznej po stronie wklęsłości toru. Zgodnie z powyższym mamy

$$\Delta \mathbf{v} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB_1} \quad (8.2)$$

Po podstawieniu równania (8.1) otrzymujemy

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{BC}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{CB_1}}{\Delta t} \quad (8.3)$$

Do dalszej analizy wygodnie będzie wprowadzić *układ naturalny* (τ, n) , którego początek zwiążemy z punktem A (rys. 8.2).



Rys. 8.2. Ruch punktu w układzie naturalnym

Jeżeli na stycznej do toru w punkcie A umieścimy wersor τ , a na normalnej wersor n , przy czym przyjmiemy, że pierwszy z tych wersorów ma kierunek prędkości \mathbf{v} , a drugi jest skierowany w stronę środka krzywizny toru O , to wówczas

$$\overrightarrow{BC} = \tau(v_1 \cos \Delta \theta - v), \quad \overrightarrow{CB_1} = n(v_1 \sin \Delta \theta) \quad (8.4)$$

Gdzie $\Delta \theta$ oznacza tu kąt między stycznymi do toru w punktach A i A_1 .

Gdy punkt A_1 dąży do punktu A , zmianie ulegają tylko $\Delta \theta$ i v_1 , natomiast wersory τ i n pozostają niezmiennie. Biorąc to pod uwagę na podstawie (8.3) i (8.4), otrzymujemy:

$$\mathbf{a} = \tau \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_1 \cos \Delta \theta - v}{\Delta t} + n \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_1 \sin \Delta \theta}{\Delta t} \quad (8.5)$$

Tak więc przyspieszenie \mathbf{a} rozłożyliśmy na dwie składowe: składową styczną i składową normalną do toru. Oznaczając te składowe przez a_τ i a_n (rys. 8.2) mamy:

$$\mathbf{a} = \tau a_\tau + n a_n \quad (8.6)$$

przy czym na podstawie równania (8.5) i (8.6)

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_1 \cos \Delta\theta - v}{\Delta t}, \quad a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_1 \sin \Delta\theta}{\Delta t} \quad (8.7)$$

Gdy Δt dąży do zera, wówczas $\Delta\theta \rightarrow 0$, $\cos \Delta\theta \rightarrow 1$ i wobec tego

$$(v_1 \cos \Delta\theta - v) \rightarrow (v_1 - v) = \Delta v$$

Przez Δv oznaczyliśmy tu przyrost wartości liczbowej prędkości \mathbf{v} . Na podstawie pierwszego równania (8.7) otrzymujemy wzór na przyspieszenie styczne:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Wynika stąd, że składowa styczna przyspieszenia \mathbf{a} , zwana również krótko *przyspieszeniem stycznym*, równa jest pochodnej względem czasu wartości liczbowej prędkości punktu.

Aby wyznaczyć składową a_n , pomnóżmy i podzielmy wyrażenie stojące po prawej stronie drugiego równania (8.7) przez Δs . Mamy wtedy:

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_1 \sin \Delta\theta}{\Delta t} \frac{\Delta s}{\Delta s} \quad (8.8)$$

Gdy $\Delta t \rightarrow 0$, wówczas

$$\sin \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta \rightarrow 0, \quad i \quad \Delta s \rightarrow 0, \quad \text{stąd} \quad v_1 \rightarrow v$$

Równaniu (8.8) możemy nadać więc następującą postać:

$$a_n = v \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} \quad (8.9)$$

Ponieważ, przy przyjętych jak na rys. 8.1 kierunkach $\Delta s > 0$ i $\Delta\theta > 0$, stąd

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{1}{\rho} \quad (8.10)$$

Gdzie ρ oznacza promień krzywizny toru. Podobnie

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

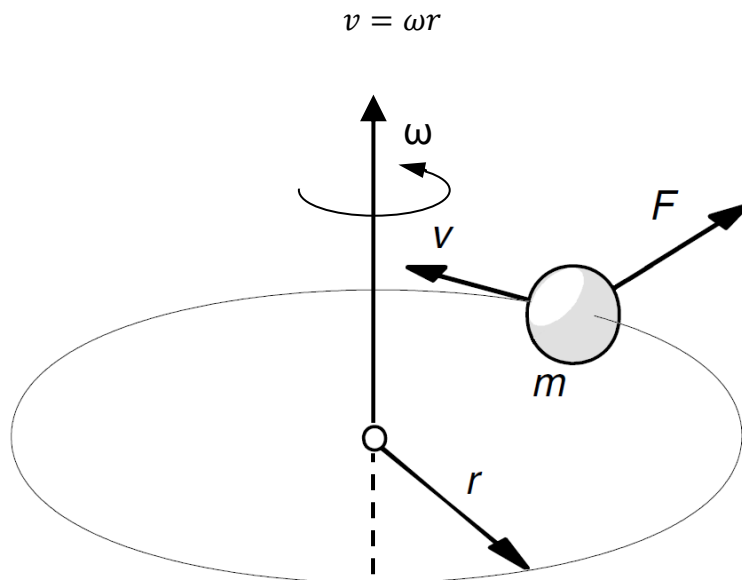
Uwzględniając powyższe, mamy ostatecznie wzór na przyspieszenie normalne (dośrodkowe)

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (8.11)$$

Ze wzoru na przyspieszenie normalne wynika, że z wyjątkiem przypadków, gdy $v = 0$ lub $1/\rho = 0$, mamy zawsze $a_n > 0$. Oznacza to, że składowa normalna przyspieszenia skierowana jest w stronę środka krzywizny toru i znika tylko wtedy, gdy prędkość punktu w danej chwili

równa jest zero, lub gdy krzywizna toru jest równa zero. Ten ostatni przypadek zachodzi, gdy punkt porusza się po linii prostej.

Wyznamy teraz przyspieszenie normalne punktu poruszającego się po okręgu o promieniu r (rys. 8.3). W przypadku tym wartość liczbowa prędkości można wyrazić w zależności od prędkości kątowej ω :



Rys. 8.3. Ruch punktu po okręgu o promieniu r

Podstawiając do równania (11) wyrażenie na prędkość linową w ruchu obrotowym oraz biorąc pod uwagę, że w przypadku łuku koła $\rho = r$, otrzymujemy:

$$a_n = \omega^2 r \quad (8.12)$$

Ponieważ przyspieszenie normalne skierowane jest stale w stronę środka koła, nazywane bywa ono również *przyspieszeniem dośrodkowym* a_d (w przypadku ruchu obrotowego wokół stałej osi $a_n = a_d$).

Wyznaczając wzór na przyspieszenie dośrodkowe możemy przejść teraz do obliczenia wartości siły odśrodkowej bezwładności działającej na punkt o masie m :

$$F = m a_d = m \omega^2 r \quad (8.13)$$

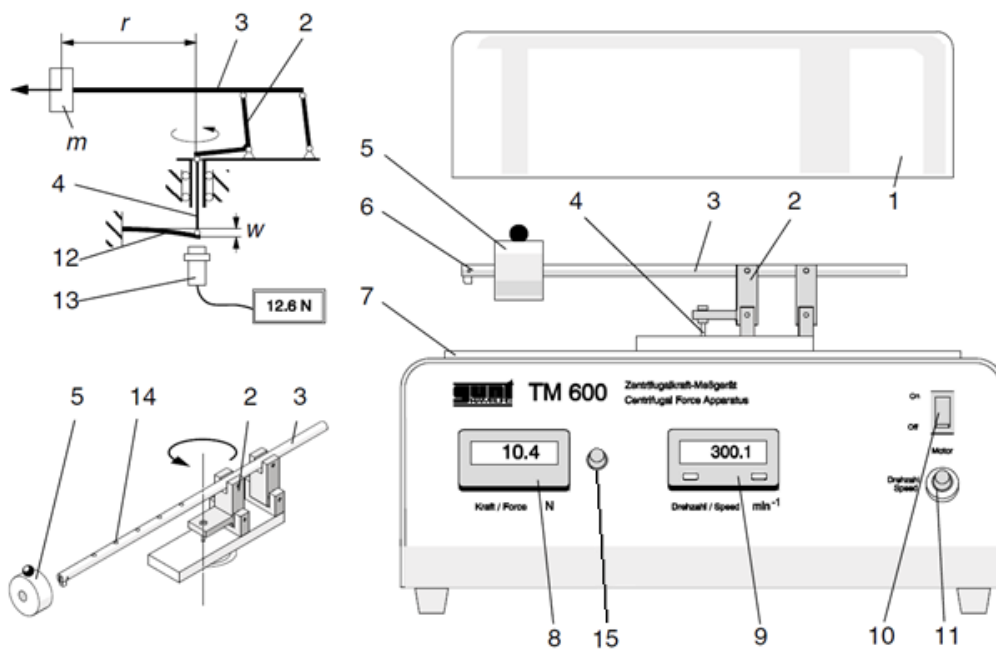
Kierunek wektora siły odśrodkowej bezwładności jest zgodny z kierunkiem wektora przyspieszenia dośrodkowego a_d (a_n), lecz skierowany jest na zewnątrz toru ruchu (rys. 8.3).

8.3. OPIS STANOWISKA POMIAROWEGO

Do przeprowadzenia ćwiczenia wykorzystano stanowisko pomiarowe GUNT TM 600 [3] (rys. 8.5). Widok tego stanowiska przedstawia rys. 2.3.



Rys. 8.4. Stanowisko pomiarowe firmy GUNT TM 600 [3] do badania siły odśrodkowej bezwładności



Rys. 8.5. Schemat stanowiska pomiarowego do badania odśrodkowej siły bezwładności. 1 – pokrywa ochronna; 2 – dźwignia; 3 – ramię obrotowe, 4 – pręt pośredni, 5 – ciężarek, 6 – zaczep ochronny, 7 – pierścień ustalający, 8 – wskaźnik siły, 9 – wskaźnik prędkości obrotowej, 10 – włącznik zasilania silnika, 11 – potencjometr, 12 – drążek podatny, 13 – przetwornik pomiarowy odległości, 14 – otwory montażowe, 15 – korektor wskazań siły

Głównym elementem stanowiska pomiarowego jest ramię obrotowe (3), które wykonuje ruch obrotowy wokół pionowej osi. Do tego ramienia przymocowuje się ciężarki (5) o ustalonych masach i w określonych odległościach od osi obrotu.

Ruch ciężarka możemy zamodelować jako ruch obrotowy punktu materialnego wokół stałej osi, poruszającego się po torze będącym okręgiem o promieniu r (rys. 8.3).

Siła odśrodkowa F , działająca na ciężarek o masie m (a także na ramię obrotowe) powoduje przesunięcie wzdłużne ramienia w kierunku działania siły i jednoczesny obrót dźwigni (2) zamocowanej przegubowo jednym końcem do ramienia (3). Drugi koniec dźwigni (2), w trakcie obrotu, naciska na przymocowany do niego przegubowo pręt pośredni (4) powodując jego opuszczenie. Pręt pośredni jest zlokalizowany w osi obrotu ramienia i w trakcie opuszczania, powoduje ugięcie drążka podatnego (12), które jest rejestrowane przez przetwornik odległości (13). Wartość siły odśrodkowej jest obliczana na podstawie ugięcia drążka podatnego i przedstawiana jest na wyświetlaczu (8).

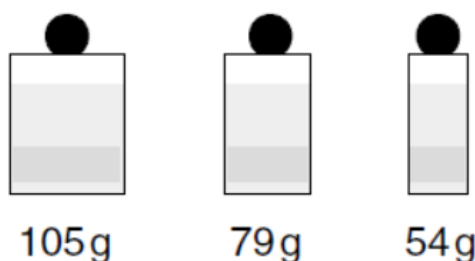
Ramię obrotowe posiada otwory montażowe (14), w których mocuje się ciężarki (5) w określonej odległości od osi obrotu.

Prędkość obrotowa ramienia (3) jest regulowana za pomocą potencjometru (11) i jej wartość jest wyświetlana na wskaźniku (9).

Przezroczysta pokrywa ochronna (1) osłania elementy wirujące w trakcie przeprowadzania eksperymentu. Stanowisko pomiarowe może zostać uruchomione tylko wtedy, gdy pokrywa znajduje się na pierścieniu ustalającym (7).

8.4. OBSŁUGA STANOWISKA POMIAROWEGO

Ćwiczenie przeprowadza się z użyciem ciężarków o masie 54 g, 79 g lub 105 g.

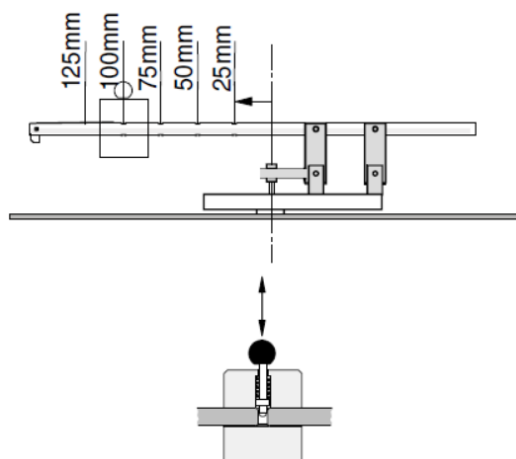


Rys. 8.6. Ciężarki o masie: 105 g, 79 g i 54 g

Montaż ciężarka

Montaż ciężarka odbywa się poprzez wsunięcie na ramię i **zablokowanie na wybranym otworze za pomocą trzpienia**. Otwory na ramieniu znajdują się w następujących odległościach od osi obrotu: 25 mm, 50 mm, 75 mm, 100 mm, 125 mm (rys. 8.7).

Przed uruchomieniem należy upewnić się, czy trzpień blokujący został prawidłowo wsunięty w otwór.

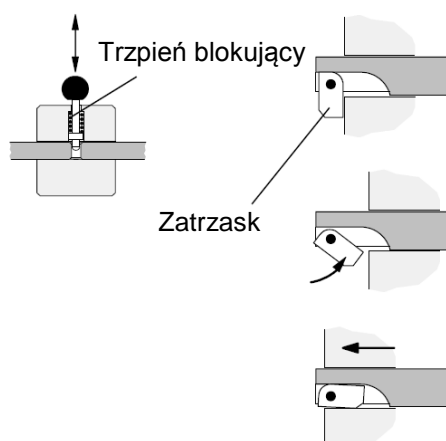


Rys. 8.7. Montaż ciężarków na ramieniu obrotowym

Demontaż ciężarka

W celu zdjęcia ciężarka z ramienia należy wyciągnąć trzpień blokujący i przesunąć ciężarek blisko końca ramienia. Następnie należy podwinąć do góry zatrzask znajdujący się na końcu ramienia i wysunąć ciężarek (rys. 8.8).

Zatrzask zabezpiecza ciężarek przed zsunięciem się w czasie pracy urządzenia, w przypadku gdy trzpień blokujący ciężarek nie został prawidłowo wsunięty w otwór.



Rys. 8.8. Demontaż ciężarka

UWAGA!

Nie podejmować prób uruchomienia stanowiska bez pokrywy ochronnej.

Nie przeciążać stanowiska:

- Maksymalna siła: 25 N
- Na stanowisku może być zamontowany tylko jeden ciężarek

WSKAZÓWKA

Następujące kombinacje masy/promienia są zalecane do płynnej pracy stanowiska przy wyższych prędkościach obrotowych:

- $m = 105\text{g}$, $r = 75\text{ mm}$
- $m = 79\text{g}$, $r = 100\text{ mm}$

- $m = 54\text{g}$, $r = 125\text{ mm}$

Przy powyższych konfiguracjach układ wirujący nie będzie generować nadmiernych drgań w trakcie pracy.

8.5. PRZEBIEG ĆWICZENIA

W ramach ćwiczenia laboratoryjnego przeprowadzane są doświadczenia, podczas których badana jest zależność siły odśrodkowej od:

- prędkości obrotowej n
- masy ciężarka m
- odległości r ciężarka od osi obrotu

Kolejność wykonywania pomiaru na stanowisku:

- 1) Zamontuj ciężarek na ramieniu obrotowym
- 2) Załóż pokrywę ochronną
- 3) Ustaw potencjometr prędkości obrotowej na pozycję „0”
- 4) Włącz zasilanie
- 5) Wyzeruj wskaźnik siły za pomocą korektora
- 6) Ustaw prędkość obrotową za pomocą potencjometru,
- 7) Odczytaj wartość zmierzonej siły odśrodkowej F

2.4.1. Wyznaczanie zależności siły odśrodkowej od prędkości obrotowej

W celu wyznaczenia zależności siły odśrodkowej od prędkości obrotowej n , należy na stanowisku przeprowadzić pomiar dla ciężarka o masie $m = 105\text{ g}$ zamontowanego w odległości $r = 100\text{ mm}$.

Pomiar siły przeprowadzić dla zakresu prędkości obrotowej od 100 do 450 obr/min ze skokiem 50 obr/min.

Teoretyczna wartość siły odśrodkowej, w zależności od prędkości obrotowej n , może zostać obliczona na podstawie wzoru (8.14)

$$F = m \cdot r \cdot \omega^2 = \frac{m \cdot r \cdot \pi^2 \cdot n^2}{30^2} = \frac{0.105 \cdot 0.1 \cdot \pi^2}{30^2} \cdot n^2 \quad (8.14)$$

Odczytane i obliczone wartości siły odśrodkowej F należy zapisać w tabeli 1 protokołu pomiarowego.

2.4.2. Wyznaczanie zależności siły odśrodkowej od masy ciężarka

W celu wyznaczenia zależności siły odśrodkowej od masy ciężarka m , należy na stanowisku przeprowadzić pomiar **osobno** dla ciężarka o masie $m = 54\text{ g}$, $m = 79\text{ g}$ i $m = 105\text{ g}$. Ciężarki montować w odległości od osi obrotu $r = 100\text{ mm}$ i wykonać pomiary siły przy prędkości obrotowej $n = 300\text{ obr/min}$.

Teoretyczna wartość siły odśrodkowej, w zależności od masy ciężarka, może zostać obliczona na podstawie wzoru (8.15)

$$F = m \cdot r \cdot \omega^2 = \frac{r \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot m}{30^2} = \frac{0.1 \cdot \pi^2 \cdot 300^2}{30^2} \cdot m \quad (8.15)$$

Odczytane i obliczone wartości siły odśrodkowej F należy zapisać w tabeli 2 protokołu pomiarowego.

2.4.3. Wyznaczanie zależności siły odśrodkowej odległości ciężarka od osi obrotu

W celu wyznaczenia zależności siły odśrodkowej od odległości ciężarka od osi obrotu, należy na stanowisku przeprowadzić pomiary dla ciężarka o masie $m = 105$ g, przy prędkości obrotowej $n = 300$ obr/min, dla następujących wartości odległości r :

- 25 mm
- 50 mm
- 75 mm
- 100 mm
- 125 mm

Teoretyczna wartość siły odśrodkowej, w zależności od odległości ciężarka od osi obrotu, może zostać obliczona na podstawie wzoru (8.16)

$$F = m \cdot r \cdot \omega^2 = \frac{m \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot r}{30^2} = \frac{0.105 \cdot \pi^2 \cdot 300^2}{30^2} \cdot r \quad (8.16)$$

Odczytane i obliczone wartości siły odśrodkowej F należy zapisać w tabeli 3 zamieszczonej w protokole pomiarowym.

Zawartość sprawozdania

- 1) Strona tytułowa wg ustalonego wzorca.
- 2) Protokół pomiarowy
- 3) Wyniki eksperymentu i obliczeń zamieszczone w odpowiednich tabelach oraz wykresy sił odśrodkowych (pomierzonych i obliczonych) w zależności od wariantowanych parametrów.
- 4) Wnioski obejmują:
 - a. Zależność siły odśrodkowej bezwładności od:
 - prędkości obrotowej
 - masy ciężarka
 - odległości r ciężarka od osi obrotu
 - b. Porównanie wartości sił pomierzonych i obliczonych

LITERATURA

- [1] Leyko J., Mechanika ogólna, tom I. PWN, Warszawa 1969 (lub wyd. późniejsze).
- [2] Kurnik W., Wykłady z mechaniki ogólnej. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [3] Experiment Instructions TM 600, Centrifugal Force Apparatus. GUNT-Hamburg, Barsbüttel, Germany.

PROTOKÓŁ POMIAROWY DO ĆWICZENIA NR 8

Laboratorium Mechaniki Technicznej

ĆW. 8. WŁAŚCIWOŚCI SIŁ ODŚRODKOWYCH

Lp	Nazwisko i imię	Grupa	Nr zespołu	Data
1				
2				
3				
4		<i>Podpis osoby prowadzącej ćwiczenie</i>		
5				
6				

Tabela 1. Zależność siły F od prędkości obrotowej n dla $m = 105$ g, $r = 100$ mm

n [obr/min]	Pomierzona siła F [N]	Obliczona siła F [N]
100		
150		
200		
250		
300		
350		
400		
450		

Tabela 2. Zależność siły F od masy m dla $n = 300$ obr/min, $r = 100$ mm

Masa m [g]	Pomierzona siła F [N]	Obliczona siła F [N]
54		
79		
105		

Tabela 3. Zależność siły F od promienia r dla $m = 105$ g, $n = 300$ obr/min

Promień r [mm]	Pomierzona siła F [N]	Obliczona siła F [N]
25		
50		
75		
100		
125		